# CH 11 – CHUTE VERTICALE D'UN SOLIDE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR TERRESTRE

*Il s'agit ici d'étudier la chute verticale d'un solide dans le vide ou dans un fluide, avec ou sans vitesse initiale.*

*On donne le nom de **chutes libres** aux chutes dans lesquelles le système n'est soumis qu'à son poids : c'est le cas d'une chute dans le vide.*

*Dans l'air, ou dans un autre fluide, d'autres forces sont à considérer :*

- *La poussée d'Archimède*
- *Les frottements*

*Si on peut négliger ces deux forces devant le poids, on peut considérer qu'il s'agit encore d'une chute libre.*

## I – Etude des différentes forces.

### 1. La force de pesanteur.

Tout corps situé au voisinage de la Terre subit une force de pesanteur $\vec{P}$, dirigée vers le centre de la Terre, et appelée « poids » du corps. Cette force dépend de la masse (m) de l'objet et du champ de pesanteur $\vec{g}$ existant au voisinage de la Terre (tout corps massif crée dans son voisinage un champ de gravité proportionnel à sa masse propre) :

$$\boxed{\vec{P}\ _{(N)} = m\ _{(kg)} . \vec{g}\ _{(N/kg)}}$$

Le champ de pesanteur est uniforme si le vecteur $\vec{g}$ qui le représente reste constant en tout point : ce n'est pas le cas au voisinage de la Terre : le champ est dirigé vers le centre de la Terre, et il dépend de la distance du point considéré au centre de la Terre . Cependant, dans un espace réduit (de l'ordre de quelques kms) on peut considérer que le champ de pesanteur est uniforme.

### 2. La poussée d'Archimède.

Tout corps totalement immergé dans un fluide subit une poussée d'Archimède :

- verticale, vers le haut,
- appliquée au centre de poussée
- de valeur égale au poids du fluide déplacé : $\Pi = P_{\text{fluide déplacé}} = M_{\text{fluide déplacé}} \times g$

soit

$$\boxed{\underset{N}{\Pi} = \underset{m^3}{V_{solide}} \times \underset{kg.m^{-3}}{\rho_{fluide}} \times \underset{N.kg^{-1}}{g}}$$

Remarque : pour un objet immergé dans un fluide, le « poids apparent » est : $P' = P - \Pi$

### 3. Les forces de frottements.

La force de frottement fluide ($\vec{f}$) dépend de la viscosité du fluide, de la forme et de l'état de surface du solide, et de sa vitesse.

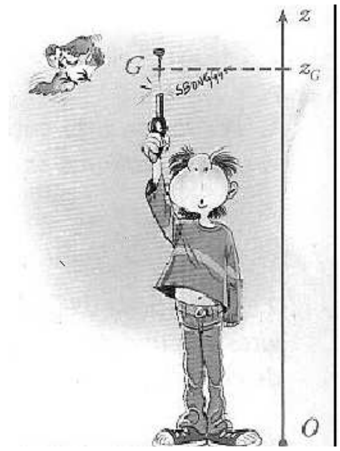
Cette force $\vec{f}$ :

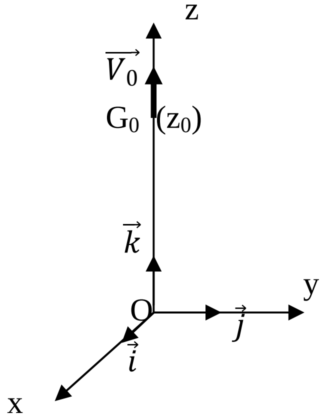
- est colinéaire au vecteur vitesse
- en sens opposé au vecteur vitesse
- de valeur **$f = k.v^n$** , les constantes k et n dépendant des conditions expérimentales

(pour les vitesses faibles on admet en général que n= 1 ; donc $\vec{f} = - k. \vec{v}$)

# II – Chute libre.

A l'instant $t_0$ , la balle est lancée vers le haut avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$




## 1. Etude du problème.

**Système étudié** : {la balle}

**Référentiel** terrestre

**Bilan des forces** : $\vec{P}$= m. $\vec{g}$

On néglige la poussée d'Archimède de l'air, ainsi que les frottements, devant le poids de la balle.

**Conditions initiales** : $\overrightarrow{OG_0}: \begin{pmatrix} x_0 = \cdots ... \\ y_0 = \cdots ... \\ z_0 = \cdots ... \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{V_0}: \begin{pmatrix} vx_0 = \cdots ... \\ vy_0 = \cdots ... \\ vz_0 = \cdots ... \end{pmatrix}$

## 2. Application de la deuxième loi de Newton

$\sum \vec{F}$ = …………… = …………………….  Donc ………. = ……………

La balle est donc soumise à une accélération ……………………, dirigée vers……………, de valeur …………………. = ……………… Cette accélération est ………………………………… ….. de la masse m de l'objet.

Et en projetant sur l'axe Oz vertical, orienté vers le haut :

**$a_Z$ =** …………….

## 3. Détermination des équations horaires

- $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  Donc $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ : Vz est donc une primitive de $a_Z$, les conditions initiales permettant de déterminer la constante d'intégration :

$v_Z$ = …………… + cte  donc **$v_{Z\,(t)}$ = ………… + …….**

- $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$.  Donc $v_Z = \frac{dz}{dt}$ : z est donc une primitive de $V_Z$

z(t) = ……………………………………………

## 4. Cas particuliers :

- Si le solide est lâché sans vitesse initiale : $v_0 = 0$

Alors : V(t) = …………………………… et z(t) = ……………………………………

C'est un mouvement rectiligne, vers le ……………………., uniformément accéléré.

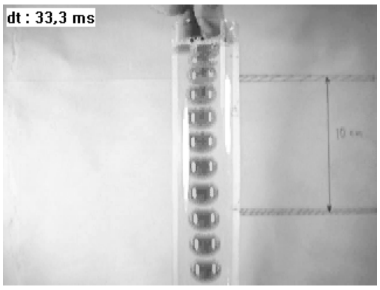
- Si le solide est lancé vers le haut : $v_0 > 0$

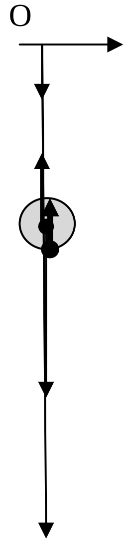
Le mouvement est rectiligne, d'abord vers le haut et uniformément retardé jusqu'à ce que la vitesse s'annule, puis vers le bas et uniformément accéléré : la vitesse est d'abord positive, puis négative.

- Si le solide est lancé vers le bas : $v_0 < 0$

Le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré, vers le bas.

# III – Chute verticale avec frottements.




A l'instant $t_0$, la bille est lâchée dans un fluide, sans vitesse initiale

## 1. Etude du problème.

**Système étudié** : {la bille]

**Référentiel** terrestre

**Bilan des forces :**

**P= m.g** $\Pi = \rho_{fluide}.V_{solide}.g$ **f = k.v$^n$**

**Conditions initiales** :

## 2. Application de la deuxième loi de Newton

= …………… . = ……………+ …..………. + ……….

Soit, en projetant sur l'axe Oy vertical, orienté vers le bas :

m. a = ……. …… …………… ……….

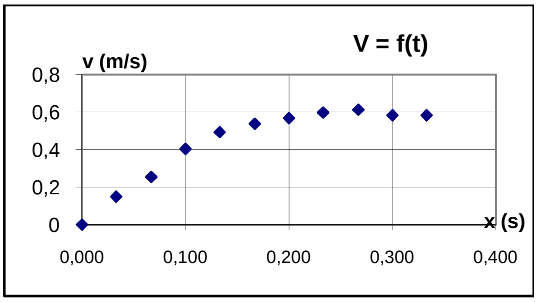
## 3. Equation différentielle

= — donc m . — = ………………. ……………………. ……………… C'est une équation différentielle

- Dans le cas des faibles vitesses, f = k.v l'équation devient :

m . — = ………………. ……………………. ………………

Cette équation admet une solution de la forme **v(t) = A. ( 1 - )**




La vitesse augmente au cours du temps, et atteint une valeur limite $v_{lim}$ : alors — = 0 : l'équation différentielle permet de déterminer $v_{lim}$

La constante de temps $\tau$ correspond à l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine à la courbe v(t) et l'asymptote horizontale.

- Dans les autres cas, la solution analytique est plus compliquée, mais dans tous les cas, on peut utiliser la **méthode d'Euler** (voir TP) :
  - Principe de résolution :

· A l'instant (t), la vitesse de la bille est $v_{(t)}$ et son accélération $a_{(t)} = (\frac{dv}{dv})_{(t)} = [(m-r.V_{solide})-k.v^{n}] / m$

· A l'instant (t + dt), sa vitesse sera $v_{(t + dt)} = v_{t} + (\frac{dv}{dv})_{(t)} . dt$

· On calcule la nouvelle valeur de l'accélération à (t + dt)

· On en déduit la valeur de la vitesse à (t + 2 dt) · Etc…..

  - Pas d'itération :

· La courbe obtenue par la méthode d'Euler concorde avec la courbe expérimentale si le pas d'itération dt est suffisamment petit (sans trop augmenter le nombre de calculs) ; en général dt < $\tau$/10